



Miskonsepsi Mahasiswa pada Induksi Matematika Menggunakan *Certainty of Response Index* (CRI)

Khamida Siti Nur Atiqoh^{1*}, M. Hafiz²

¹Pendidikan Matematika, UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, Jakarta, Indonesia;

khamida.siti@uinjkt.ac.id

²Pendidikan Matematika, UIN Syarif Hidayatullah Jakarta, Jakarta, Indonesia; m.hafiz@uinjkt.ac.id

Info Artikel: Dikirim: 09-06-2021; Direvisi: 12-07-2021; Diterima: 28-07-2021

Cara sitasi: Atiqoh, K.S.N., & Hafiz, M. (2021). Miskonsepsi Mahasiswa pada Induksi Matematika Menggunakan *Certainty of Response Index* (CRI). *Jurnal Padagogik*, 4(2), 43-51. Retrieved from <https://jurnal.unai.edu/index.php/jpg/article/view/2536>

Abstrak. Miskonsepsi merupakan suatu hal yang dapat menghambat penerimaan materi baru dan mempengaruhi keberhasilan dalam menyelesaikan masalah matematika. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi miskonsepsi pada mahasiswa pendidikan matematika yang merupakan calon guru matematika. Identifikasi dan pencarian solusi atas miskonsepsi ini sangat penting untuk dilakukan karena dapat membantu meningkatkan hasil belajar mahasiswa. Metode penelitian yang digunakan adalah metode deskriptif kualitatif menggunakan tes diagnostik dan wawancara. Tes diagnostik dilakukan pada 28 mahasiswa pendidikan matematika menggunakan instrumen berupa soal esai terstruktur. Mahasiswa diminta menjawab soal dengan langkah-langkah yang tepat, kemudian mengisi angket CRI untuk mengukur tingkat keyakinan terhadap jawabannya. Hasil penelitian menunjukkan terdapat setengah dari jumlah seluruh mahasiswa yang mengalami miskonsepsi ketika melakukan pembuktian dengan induksi matematika. Terdapat 3 tipe miskonsepsi yang dialami mahasiswa yaitu: kesalahan konsep aljabar, miskonsepsi pada langkah basis yang berkaitan dengan deret bilangan, dan kesalahan perhitungan aljabar. Persentase tipe miskonsepsi terbesar adalah kesalahan konsep aljabar.

Kata Kunci: Miskonsepsi mahasiswa, induksi matematika, *certainty of response index*

Abstract. Misconception is something that can hinder the acceptance of new material and affect success in solving mathematical problems. This study aims to identify misconceptions in mathematics education students who are prospective mathematics teachers. Identifying and finding solutions to this misconception is very important because it can help improve student learning outcomes. The research method used is descriptive qualitative method using diagnostic tests and interviews. The diagnostic test was conducted on 28 mathematics education students using an instrument in the form of structured essay questions. Students are asked to answer questions with the right steps, then fill out a CRI questionnaire to measure the level of confidence in the answer. The results showed that there were half of all students who experienced misconceptions when doing proof by mathematical induction. There are 3 types of misconceptions experienced by students, namely: algebraic concept errors,

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



misconceptions in the basic steps related to series, and algebraic calculation errors. The largest percentage are algebraic misconceptions.

Keywords: Students' misconceptions, mathematical induction, certainty of response index

Pendahuluan

Analisis Riil merupakan salah satu mata kuliah wajib bagi mahasiswa calon guru matematika di Perguruan Tinggi Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK). Tujuan mata kuliah Analisis Riil adalah agar mahasiswa mampu bernalar secara analitis dan menguasai logika berfikir matematis serta mampu membuktikan teorema-teorema secara analitis dan matematis. Analisis Riil adalah salah satu mata kuliah matematika tingkat lanjut (*advanced mathematics courses*). Materi pokok yang dibahas pada mata kuliah ini adalah Sistem Bilangan Riil, Teori Himpunan, Fungsi, Barisan, Limit dan Ruang Metrik. Para calon guru perlu mempelajari mata kuliah matematika tingkat lanjut karena memberikan kesempatan bagi calon guru untuk mempelajari keterampilan pembuktian, pemikiran logis, dan justifikasi matematika sekolah (Even, 2011).

Salah satu metode pembuktian matematika yang harus dikuasai mahasiswa sebelum mengikuti mata kuliah Analisis Riil adalah induksi matematika. Induksi matematika berkaitan dengan sifat-sifat dasar pada sistem bilangan asli dan meskipun terbatas pada tipe pembuktian tertentu, induksi matematika sangat penting dan sering digunakan (Bartle & Sherbert, 2011). Induksi matematika adalah metode pembuktian yang ampuh dan berguna untuk membuktikan pernyataan matematika berkaitan dengan bilangan asli. Langkah-langkah yang dilakukan pada induksi matematika dapat membantu mahasiswa untuk melatih kemampuan analisisnya.

Untuk membuktikan pernyataan matematika menggunakan induksi matematika, dibutuhkan pemahaman relasional. Pemahaman relasional pada pembuktian induksi matematika adalah pemahaman mahasiswa menggunakan prosedur induksi dan mengetahui mengapa menggunakan prosedur tersebut (Utomo & Huda, 2020). Pemahaman relasional termasuk kemampuan matematika tingkat tinggi (Prastyo, 2020). Seseorang yang memiliki pemahaman relasional yang baik mampu mengaplikasikan dan menggunakan konsep, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi aljabar yang tepat (Wulandari & Rakhmawati, 2019). Mahasiswa masih kesulitan dalam menerapkan konsep matematika dalam pembuktian matematika yang mengakibatkan miskonsepsi aljabar pada langkah pembuktian menggunakan induksi matematika (Walida & Hasana, 2020; Rochmad, Kharis, & Agoestanto, 2018).

Miskonsepsi adalah satu hal yang biasa seperti fenomena lain dalam situasi kehidupan nyata. Hampir semua konsep, terlepas dari seberapa baik itu diajarkan, dapat disalahpahami (McDonald, 2010). Seseorang dapat mengalami miskonsepsi karena kurangnya pemahaman dan kesalahan dalam menerapkan perhitungan matematis (Makonye, 2015). Faktor-faktor yang menyebabkan miskonsepsi adalah prakonsepsi, pemikiran asosiatif, penalaran yang tidak lengkap atau salah, intuisi yang salah, dan kemampuan siswa (Permata, Wijayanti, & Masriyah, 2019). Faktor-faktor tersebut merupakan faktor internal yang berasal dari diri sendiri.

Miskonsepsi yang dialami siswa atau mahasiswa dapat menghambat penerimaan materi baru dan mempengaruhi keberhasilan dalam menyelesaikan masalah matematika (Dzulfikar & Vitantri, 2017; Lucariello, Tine, & Ganley, 2014; Booth & Koedinger, 2008). Pencarian solusi dari adanya miskonsepsi ini dapat membantu meningkatkan hasil belajar siswa atau mahasiswa. Oleh sebab itu, identifikasi dan pencarian solusi atas miskonsepsi ini sangat penting untuk dilakukan.

Salah satu Teknik yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi miskonsepsi adalah melalui jawaban tingkat kepastian berdasarkan metode CRI (Certainty of Response Index) (Fitria, 2014; Putri, Suryaningrum, & Suyudi, 2017). Teknik CRI merupakan teknik yang sederhana dan efektif untuk mengukur miskonsepsi yang terjadi karena teknik ini dapat digunakan untuk membedakan mahasiswa yang tahu konsep, mahasiswa yang tidak tahu konsep dan yang mengalami miskonsepsi (Fitria, 2014). Identifikasi miskonsepsi pada mahasiswa pendidikan matematika menggunakan teknik CRI ini bertujuan sebagai suatu usaha untuk mengetahui bagaimana pemahaman konsep dan kemampuan prosedural mahasiswa pada induksi matematika.

Metode

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif kualitatif menggunakan tes diagnostic dan wawancara (Creswell, 2014). Penelitian dilakukan pada 28 mahasiswa pendidikan matematika di salah satu universitas negeri di Jakarta yang sedang mengikuti mata kuliah Analisis Riil. Subjek dalam penelitian ini dipilih dengan teknik *purposive sampling* yang menggunakan pertimbangan tertentu oleh peneliti (Sani, Manurung, Suswanto, & Sudiran, 2018). Tes diagnostik dilakukan menggunakan instrumen berupa soal esai terstruktur. Mahasiswa diminta menjawab soal dengan langkah-langkah yang tepat. Responden juga harus mengisi angket CRI untuk mengukur tingkat keyakinan terhadap jawabannya. Kriteria CRI yang dikembangkan menggunakan skala 6 (0-5) seperti dipaparkan pada **Tabel 1** (Hasan, Bagayoko, & Kelley, 1999).

Tabel 1. Kriteria CRI

CRI	Kriteria
0	<i>Totally guessed answer</i>
1	<i>Almost guess</i>
2	<i>Not sure</i>
3	<i>Sure</i>
4	<i>Almost certain</i>
5	<i>Certain</i>

Selanjutnya, pedoman untuk mengidentifikasi miskonsepsi dipaparkan pada **Tabel 2** (Hasan, Bagayoko, & Kelley, 1999).

Tabel 2. Identifikasi Miskonsepsi melalui skala CRI

Kriteria Jawaban	Alasan	CRI (0-2)	CRI (3-5)
Benar	Benar	<i>Lucky guess</i>	Menguasai konsep dengan baik
	Salah	<i>Lucky guess</i>	Miskonsepsi
Salah	Benar	Tidak tahu konsep	Tidak tahu konsep
	Salah	Tidak tahu konsep	Miskonsepsi

Analisis data dilakukan dalam 3 tahap yaitu: kondensasi data (reduksi data), penyajian data, dan penarikan kesimpulan (Miles, Huberman, & Saldana, 2013). Pada tahap

kondensasi data (reduksi data), hasil pekerjaan subjek penelitian diklasifikasikan pada masing-masing kelompok kemudian direduksi pada kriteria yang sesuai. Pada tahap penyajian data, data yang telah direduksi disajikan dalam tabel kemudian dianalisa secara deskriptif. Tahap terakhir adalah penarikan kesimpulan berdasarkan kedua tahap yang telah dilakukan sebelumnya. Untuk mengetahui penyebab terjadinya miskonsepsi, dilakukan wawancara terhadap beberapa mahasiswa yang mengalami miskonsepsi.

Hasil dan Pembahasan

Analisis Konsepsi Mahasiswa Secara Keseluruhan

Berdasarkan data hasil penelitian yang diperoleh, didapatkan hasil persentase total dari jawaban seluruh mahasiswa yang disajikan dalam **Tabel 3**.

Tabel 3. Analisis Hasil Jawaban Responden

Menguasai Konsep dengan Baik	Tidak Tahu Konsep	<i>Lucky Guess</i>	Miskonsepsi
10 mahasiswa 35.71%	1 mahasiswa 3.57%	3 mahasiswa 10.71%	14 mahasiswa 50.00%

Berdasarkan Tabel 3, diperoleh hasil penelitian yang memaparkan bahwa terdapat 35.71% mahasiswa yang menjawab soal dengan benar dan menguasai konsep dengan baik, 3.57% mahasiswa yang tidak tahu konsep pembuktian dengan induksi matematika, 10.71% mahasiswa yang beruntung menebak jawaban dengan benar (*lucky guess*), dan sisanya 50% mahasiswa mengalami miskonsepsi. Berdasarkan hasil tersebut terlihat bahwa tingkat miskonsepsi yang dialami mahasiswa tergolong tinggi, walaupun terdapat sebagian mahasiswa yang telah menguasai konsep dengan baik. Hal ini memprihatinkan karena terdapat setengah dari jumlah seluruh mahasiswa yang mengalami miskonsepsi ketika melakukan pembuktian dengan induksi matematika.

Tes diagnostik yang dilakukan telah mengidentifikasi bagaimana persebaran konsepsi mahasiswa pada induksi matematika, hal ini sejalan dengan penelitian yang telah dilakukan oleh Anggara (2020). Miskonsepsi adalah gambaran situasi dimana ide-ide mahasiswa berbeda dari ilmuwan tentang konsep (Smolleck & Hershberger, 2011). Dalam penyelesaian masalah induksi matematika tersebut mahasiswa mengalami miskonsepsi terhadap langkah penyelesaian yang tepat. Miskonsepsi yang terjadi adalah mahasiswa cenderung melakukan kesalahan perhitungan, kesalahan manipulasi aljabar, dan kesalahan konsep pada deret bilangan.

Dalam mempelajari matematika, pemahaman terhadap konsep sangat penting. Terlebih lagi bagi mahasiswa calon guru yang nantinya akan mengajarkan konsep-konsep matematika kepada peserta didik. Hasil yang diharapkan dari pengajaran matematika oleh seorang guru adalah meningkatnya hasil belajar siswa (Dzulfikar & Vitantri, 2017). Untuk mencapai tujuan ini para mahasiswa calon guru harus memahami dan dapat menggunakan konsep dalam penyelesaian masalah, oleh sebab itu masalah miskonsepsi pada mahasiswa calon guru matematika sangat penting untuk diatasi.

Analisis Jawaban Mahasiswa

Berdasarkan hasil tes diagnostic yang telah dilakukan, dari 14 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi dapat dibagi menjadi beberapa kriteria sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Kriteria Miskonsepsi

Kriteria	Persentase
Kesalahan konsep aljabar	50.00%
Miskonsepsi pada langkah basis yang berkaitan dengan deret bilangan	35.71%
Kesalahan perhitungan aljabar	14.29%

Berdasarkan **Tabel 3**, ditemukan bahwa persentase tipe miskonsepsi terbesar sebanyak 50% adalah kesalahan pada konsep aljabar, 14.29% adalah kesalahan perhitungan, dan 35.71% adalah kesalahan yang berkaitan dengan deret pada bilangan asli. Hal ini sejalan dengan penelitian Walida & Hasana (2020) yang mengemukakan bahwa mayoritas miskonsepsi yang dialami mahasiswa pada induksi matematika adalah kesalahan pada konsep aljabar. **Gambar 1** adalah contoh kesalahan pada konsep aljabar yang dialami oleh mahasiswa.

Untuk $P(k+1)$ diperoleh

$$P(k+1) = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$$

Karena $k > 1$, maka jelas bahwa $\sqrt{k+1} > \sqrt{k+1}$, sehingga:

$$P(k+1) = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1} > \sqrt{k+1}$$

Gambar 1. Contoh Kesalahan Mahasiswa pada Konsep Aljabar

Gambar 1 menunjukkan bahwa tanpa adanya langkah manipulasi aljabar, mahasiswa langsung menyatakan bahwa $\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$. Hal ini tidak sesuai dengan konsep yang seharusnya diterapkan, yaitu 2 suku aljabar dapat dibandingkan nilainya apabila mempunyai variabel yang sama. Seharusnya mahasiswa melakukan manipulasi aljabar terlebih dahulu sampai diperoleh variabel yang sama pada kedua ruas. Manipulasi aljabar yang seharusnya dilakukan adalah menyatakan bentuk $\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$ menjadi bentuk $\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{\sqrt{k^2+k+1}}{\sqrt{k+1}} > \frac{\sqrt{k^2+1}}{\sqrt{k+1}} = \frac{k+1}{\sqrt{k+1}} = \sqrt{k+1}$.

Selanjutnya, disajikan petikan wawancara dengan mahasiswa tersebut.

- D : “Ketika mengerjakan soal ini, apakah anda yakin dengan jawaban anda untuk langkah $P(k+1)$?”
- M₁ : “Sebenarnya saya bingung bu, apa yang harus dilakukan untuk membuktikan bahwa $\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$.”
- D : “Jadi, apa yang anda pikirkan di langkah ini?”

- M₁ : “Saya ambil satu nilai k yang lebih dari 1, kemudian saya substitusikan ke $\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$, ternyata nilainya benar. Jadi saya menyimpulkan bahwa $\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} > \sqrt{k+1}$ untuk $k > 1$ bernilai benar.”
- D : “OK. Apakah anda ingat konsep pembuktian sebuah pernyataan matematika? Kita boleh menyatakan bahwa sebuah pertidaksamaan yang memuat suatu variabel bernilai benar jika berlaku untuk semua nilai k secara umum.”
- M₁ : “Iya bu, saya ingat itu tetapi pada pelaksanaannya masih bingung bu.”

Hasil wawancara mahasiswa menunjukkan bahwa, mahasiswa beranggapan jika perbandingan aljabar seperti pada kasus ini dapat disimpulkan hanya dengan mengambil 1 contoh bilangan k yang memenuhi pertidaksamaan tersebut. Hal ini berlawanan dengan konsep berlakunya pertidaksamaan yang memuat suatu variabel, yaitu pertidaksamaan yang memuat variable k akan bernilai benar jika berlaku untuk semua nilai k secara umum. Dari 14 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi, terdapat 7 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi dengan tipe ini. Hal ini dikhawatirkan akan menghambat perkembangan kemampuan penalaran mahasiswa karena mahasiswa melakukan generalisasi hasil pemikiran dirinya akan tetapi tidak relevan dengan teori, sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Rochmad, Kharis, & Agoestanto (2018).

Selanjutnya, akan dipaparkan tipe miskonsepsi yang kedua yaitu miskonsepsi pada langkah basis yang berkaitan dengan deret bilangan. Dari 14 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi, terdapat 5 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi dengan tipe ini. **Gambar 2** adalah contoh miskonsepsi pada langkah basis yang berkaitan dengan deret bilangan yang dialami oleh mahasiswa.

Pembuktian dengan Induksi Matematika
 Misalkan : $P(n) : \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$
 (i) Langkah Basis
 Adb benar untuk $n=2$
 $P(1) : \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} > \sqrt{2}$

Gambar 2. Contoh Miskonsepsi pada Langkah Basis

Gambar 2 menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami miskonsepsi pada konsep deret bilangan. Mahasiswa menuliskan untuk penjabaran $P(n)$ pada $n = 2$ adalah substitusi $n = 2$ pada $\frac{1}{\sqrt{n}}$. Hal ini tidak sesuai dengan konsep yang seharusnya diterapkan, yaitu untuk deret bilangan dengan $n = 2$ maka terdapat 2 suku yang dijumlahkan (suku pertama ditambah suku kedua). Langkah yang seharusnya dilakukan adalah untuk $n = 2$, maka $P(2) : \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Selanjutnya, disajikan petikan wawancara dengan mahasiswa tersebut.

- D : “Ketika mengerjakan soal ini, apakah anda yakin dengan jawaban anda untuk langkah basis pada $P(n)$?”

- M₂ : “Iya bu. Karena di soal $n > 1$, maka untuk langkah basis saya substitusi $n = 2$ ke $P(n)$.”
- D : “OK. Bentuk $P(n)$ adalah sebuah deret bilangan. Jika ketika kita substitusi $n = 2$ ke sebuah deret bilangan, berapa suku yang seharusnya dipunyai deret tersebut?”
- M₂ : “Dua suku bu.”
- D : “Benar. Jadi ketika kita substitusi $n = 2$, maka $P(2): \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$. Bukan hanya $\frac{1}{\sqrt{2}}$ saja.”
- M₂ : “Baik bu. Saya paham sekarang.”

Hasil wawancara mahasiswa menunjukkan bahwa, mahasiswa beranggapan jika substitusi $P(n)$ pada kasus ini hanya berlaku satu suku yaitu untuk $n = 2$. Berdasarkan hal ini terlihat bahwa mahasiswa belum dapat membedakan substitusi untuk suatu bentuk eksplisit dengan substitusi pada deret bilangan. Kebenaran langkah pembuktian dengan induksi matematika sangat bergantung pada langkah basis. Jika langkah basis yang dilakukan salah dan (atau) tidak sesuai, maka keseluruhan langkah induksi matematika yang dilakukan akan dianggap tidak valid.

Berikutnya, akan dipaparkan tipe miskonsepsi yang ketiga yaitu kesalahan perhitungan aljabar. Dari 14 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi, terdapat 2 mahasiswa yang mengalami miskonsepsi dengan tipe ini. **Gambar 3** adalah contoh kesalahan perhitungan aljabar yang dialami oleh mahasiswa.

$$= \frac{(\sqrt{k+1} \cdot \sqrt{k}) + 1}{\sqrt{k+1}} \quad (\text{Samakan penyebut.})$$

$$= \frac{\sqrt{k^2 + 1} + 1}{\sqrt{k+1}}$$

Gambar 3. Contoh Kesalahan Mahasiswa pada Perhitungan Aljabar

Gambar 3 menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesalahan perhitungan aljabar. Mahasiswa menuliskan hasil perkalian $\sqrt{k+1} \cdot \sqrt{k}$ adalah $\sqrt{k^2+1}$. Hal ini tidak sesuai dengan perhitungan yang seharusnya dituliskan yaitu $\sqrt{k+1} \cdot \sqrt{k} = \sqrt{k^2+k}$. Pada kasus ini mahasiswa melakukan kesalahan dalam perkalian bentuk aljabar. Hal ini sangat memprihatinkan karena perkalian bentuk aljabar merupakan konsep prasyarat yang mendasari semua penyelesaian masalah matematika.

Selanjutnya, disajikan petikan wawancara dengan mahasiswa tersebut.

- D : “Ketika mengerjakan soal ini, apakah anda yakin dengan jawaban anda untuk perhitungan aljabar pada $P(k+1)$?”
- M₃ : “Iya bu, saya sudah yakin.”
- D : “OK. Jika sudah yakin, berapa hasil $\sqrt{k+1} \cdot \sqrt{k}$?”
- M₃ : “ $\sqrt{k^2+k}$ bu.”
- D : “Kalau begitu, mengapa di lembar jawab anda tulis $\sqrt{k^2+1}$?”
- M₃ : “Astaga, iya bu. Saya salah, tidak teliti.”
- D : “Setelah selesai mengerjakan, apakah anda tidak cek kembali jawabanmu?”

M₃ : “Tidak bu. Karena terburu-buru dan merasa yakin, saya tidak cek kembali.”

Hasil wawancara mahasiswa menunjukkan, mahasiswa menyatakan bahwa dia tidak teliti dan tidak melakukan pengecekan kembali dalam melakukan operasi perkalian bentuk aljabar ini. Berdasarkan hal ini terlihat bahwa mahasiswa mengalami miskonsepsi terkait materi prasyarat. Operasi perkalian aljabar merupakan salah satu konsep prasyarat penting yang harus dikuasai mahasiswa sebelum mempelajari materi induksi matematika, hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Walida & Hasana (2020).

Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dipaparkan, terdapat setengah dari jumlah seluruh mahasiswa yang mengalami miskonsepsi ketika melakukan pembuktian dengan induksi matematika. Terdapat 3 tipe miskonsepsi yang dialami mahasiswa yaitu: kesalahan konsep aljabar, miskonsepsi pada langkah basis yang berkaitan dengan deret bilangan, dan kesalahan perhitungan aljabar. Dari ketiga tipe miskonsepsi tersebut, persentase tipe miskonsepsi terbesar adalah kesalahan konsep aljabar. Dari hasil yang telah dipaparkan, juga diketahui bahwa penyebab terjadinya miskonsepsi mahasiswa pada induksi matematika adalah kurangnya kemampuan mahasiswa dalam generalisasi sesuai dengan teori dan kurangnya penguasaan konsep dan materi prasyarat. Hasil penelitian ini dapat memberikan informasi kepada pendidik mengenai bagaimana konsepsi mahasiswa dalam pembuktian menggunakan induksi matematika. Untuk selanjutnya, dapat dirancang pembelajaran mata kuliah Analisis Riil yang dapat meminimalisir terjadinya miskonsepsi mahasiswa pada induksi matematika.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih disampaikan kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan dalam penyusunan artikel ini, khususnya kepada seluruh civitas akademika Program Studi Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta.

Daftar Pustaka

- Anggara, B. (2020). Pengembangan Soal Higher Order Thinking Skills sebagai Tes Diagnostik Miskonsepsi Matematis Siswa SMA. *ALGORITMA Journal of Mathematics Education (AJME)*, 2(2), 176-191, <http://dx.doi.org/10.15408/ajme.v2i2.18387>.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to Real Analysis 4th Edition*. New Jersey: JohnWiley & Sons, Inc.
- Booth, J., & Koedinger, K. R. (2008). Key misconceptions in algebraic problem solving. *Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society* (pp. 571-576). Austin, TX: Cognitive Science Society.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. London: Sage Publications.
- Dzulfikar, A., & Vitantri, C. A. (2017). Miskonsepsi Matematika pada Guru Sekolah Dasar. *Suska Journal of Mathematics Education*, 3(1), 41-48.
- Even, R. (2011). The relevance of advanced mathematics studies to expertise in secondary school mathematics teaching: Practitioner's views. *ZDM—The*

- International Journal of Mathematics Education*, 43(6–7), 941–950, <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0346-1>.
- Fitria, A. (2014). Miskonsepsi Mahasiswa dalam Menentukan Grup pada Struktur Aljabar Menggunakan Certainty Of Response Index (Cri) di Jurusan Pendidikan Matematika IAIN Antasari. *JPM IAIN Antasari*, 1(2), 45-60.
- Hasan, S., Bagayoko, D., & Kelley, E. (1999). Misconceptions and the Certainty of Response Index (CRI). *Physics Education*, 34(5), 294-299, <https://doi.org/10.1088/0031-9120/34/5/304>.
- Lucariello, J., Tine, M. T., & Ganley, C. M. (2014). A formative assessment of students' algebraic variable misconceptions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 30-41, <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.001>.
- Makonye, J. (2015). Understanding of grade 10 learner errors and misconceptions in elementary algebra. *Journal of Educational Studies*, 14(1), 288-313.
- McDonald, B. (2010). *Mathematical Misconceptions*. Republic of Moldova: Lambert Academic Publishing.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2013). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook*. London: Sage Publications.
- Permata, D., Wijayanti, P., & Masriyah. (2019). Students' misconceptions on the algebraic prerequisites concept: operation of integer numbers and fractions. *The Sixth Seminar Nasional Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan*. Yogyakarta: IOP Publishing.
- Prastyo, H. (2020). Kemampuan Matematika Siswa Indonesia Berdasarkan TIMSS. *Jurnal Padagogik*, 3(2), 111-117, <https://doi.org/10.35974/jpd.v3i2.2367>.
- Putri, R. N., Suryaningrum, I., & Suyudi, A. (2017). Identifikasi Miskonsepsi Mahasiswa Fisika pada Konsep Osilasi Pegas-Massa Menggunakan Certainty of Response Index (CRI). *JRPF (Jurnal Riset Pendidikan Fisika)*, 2(2), 67-73.
- Rochmad, Kharis, M., & Agoestanto, A. (2018). Keterkaitan Miskonsepsi dan Berpikir Kritis Aljabaris Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (pp. 216-224). Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Sani, R. A., Manurung, S. R., Suswanto, H., & Sudiran. (2018). *Penelitian Pendidikan*. Tangerang: TSmart.
- Smolleck, L., & Hershberger, V. (2011). Playing with Science: An Investigation of Young Children's Science Conceptions and Misconceptions. *Current Issues in Education*, 14(1).
- Utomo, D. P., & Huda, M. (2020). *Pemahaman Relasional Analisis Proses Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika*. Yogyakarta: CV. Bildung Nusantara.
- Walida, S. E., & Hasana, S. N. (2020). The Identification of Students' Misconceptions in Mathematical Induction. *Journal of Education and Learning Mathematics Research (JELMaR)*, 1(2), 50-57, <https://doi.org/10.37303/jelmar.v1i2.28>.
- Wulandari, F., & Rakhmawati, R. (2019). Analisis Kemampuan Pemahaman Relasional Matematis : Dampak Strategi Pembelajaran Index Card Match. *Desimal: Jurnal Matematika*, 2(3), 203-209, <https://doi.org/10.24042/djm.v2i3.4291>.